

A	1	2	3	4	Σ	N
P						

Name: Vorname: Studiengrp:

Matrikelnr.: Hörsaal: Platz:

1. Aufgabe (ca. 13 Punkte)

In einer Elektrowerkstatt befinden sich zwei Lichterketten mit jeweils 20 Glühbirnen zum Betrieb an

 $U = 230\text{ V}$ zur Reparatur. Die Glühbirnen der Kette A weisen eine Nennleistung $P_{A\text{ Nenn}} = 6\text{ W}$ und die der Kette B von $P_{B\text{ Nenn}} = 12\text{ W}$ auf, jeweils bei einer Spannung von $U_{\text{Nenn}} = 12\text{ V}$.

- 1.1 Berechnen Sie die Widerstände (R_A und R_B) der Glühbirnen sowie die Ersatzwiderstände (R_{AK} und R_{BK}) beider Lichterketten.

$$R_A = \frac{U_{\text{Nenn}}^2}{P_{A\text{ Nenn}}} = \frac{(12\text{ V})^2}{6\text{ W}} = \underline{24\ \Omega} \quad R_{AK} = 20 \cdot R_A = \underline{480\ \Omega}$$

$$R_B = \frac{(12\text{ V})^2}{12\text{ W}} = \underline{12\ \Omega} \quad R_{BK} = 20 \cdot R_B = \underline{240\ \Omega}$$

- 1.2 Ermitteln Sie die Leistungsaufnahme (P_{AK} und P_{BK}) der beiden Lichterketten.

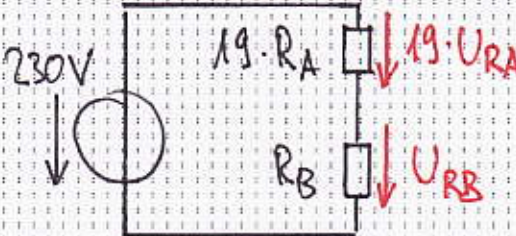
$$P_{AK} = \frac{U^2}{R_{AK}} = \frac{(230\text{ V})^2}{480\ \Omega} = \underline{110,2\text{ W}}$$

$$P_{BK} = \frac{U^2}{R_{BK}} = \underline{220,4\text{ W}}$$

- 1.3 Innerhalb jeder Lichterkette ist eine Glühbirne ausgefallen. Mangels Ersatzglühbirnen versucht die Werkstatt, um wenigstens eine leuchtende Kette zu erhalten, die defekte Glühbirne der einen Kette durch eine intakte der anderen Kette zu ersetzen. Zeigen Sie durch Rechnung ob dies in beiden Richtungen möglich ist, ohne dass eine der Glühbirnen einer Betriebsspannung ausgesetzt ist, die größer als 110 % der Nennspannung von 12 V ist.

1.3.1 Eine Glühlampe der Kette A wird durch eine der Kette B ersetzt:

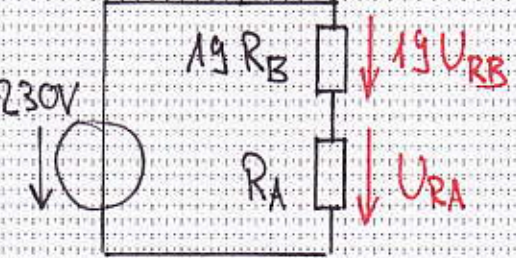
Max. Spannung: 110% von 12 V = 13,2 V



$$\frac{230V}{R_B + 19R_A} = \frac{U_{RB}}{R_B} = \frac{U_{RA}}{R_A}$$

$$\rightarrow U_{RB} = 5,9V \quad \rightarrow U_{RA} = 11,8V$$

1.3.2 Eine Glühlampe der Kette B wird durch eine der Kette A ersetzt:

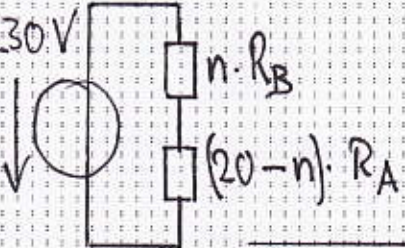


$$\frac{230V}{19R_B + R_A} = \frac{U_{RB}}{R_B} = \frac{U_{RA}}{R_A}$$

$$\rightarrow U_{RA} = 21,9V \quad \rightarrow U_{RB} = 10,95V$$

1.4 Ermitteln Sie rechnerisch wie viele Glühlampen der Kette A durch solche der Kette B ersetzt werden können, ohne dass sich die Betriebsspannung einer der Glühlampen in der neuen Kette gegenüber der Nennspannung von 12 V um 10 % vergrößert.

Je größer n desto größer ist U_{RA} . Maximal ist $U_{RA} = 13,2V$ erlaubt!



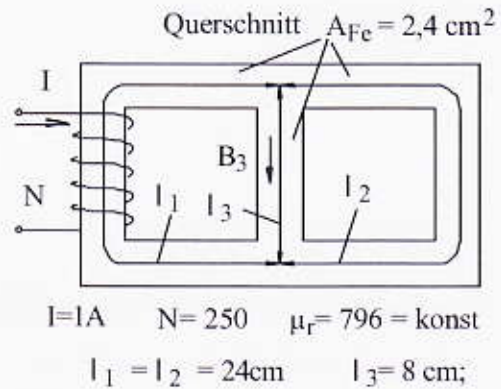
$$\frac{230V}{nR_B + (20-n)R_A} = \frac{U_{RA}}{R_A} \rightarrow \frac{1}{nR_B + 20R_A - nR_A} = \frac{U_{RA}}{R_A \cdot 230V}$$

$$\rightarrow n = \frac{1}{R_B - R_A} \left(230V \cdot \frac{R_A}{U_{RA}} - 20R_A \right), \text{ mit } U_{RA} = 13,2V \text{ folgt:}$$

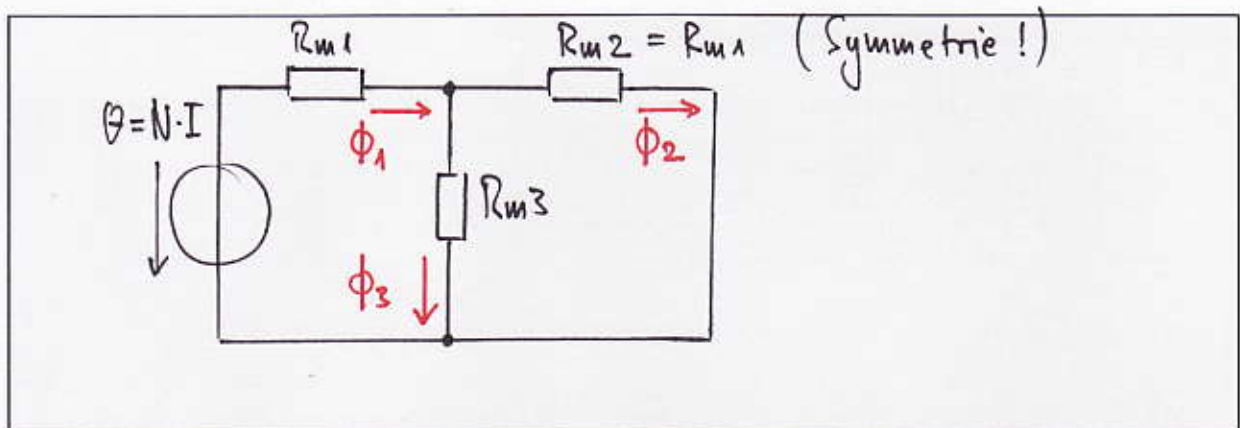
$$\rightarrow n = 5,15 \rightarrow \text{max. 5 Glühlampen ersetzen !!}$$

2. Aufgabe (ca. 11 Punkte)

Gegeben ist ein verzweigter Magnetkreis mit nebenstehenden Abmessungen.



2.1 Zeichnen Sie das analoge elektr. Ersatzschaltbild der Anordnung für diesen Fall.



2.2 Berechnen Sie die Werte der vorhandenen magnetischen Widerstände R_{m1} (linker Schenkel), R_{m2} (rechter Schenkel) und R_{m3} (Mittelschenkel).

$$R_{m1} = R_{m2} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r \cdot A_{Fe}} = 999717 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}$$

$$R_{m3} = \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot A_{Fe}} = 333239 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}$$

Für Aufgabe 2.4:

$$\Delta_1 = \frac{1}{R_{m1}} = 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \Delta_2 \quad \Delta_3 = \frac{1}{R_{m3}} = 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

2.3 Welche Induktivität L weist die Spule N auf?

$$L = \frac{N^2}{R_{\text{mges}}} \quad \text{mit} \quad R_{\text{mges}} = R_{m1} + R_{m2} \parallel R_{m3}$$
$$= R_{m1} + \frac{R_{m2} \cdot R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} = \underline{1.249.646 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}}$$
$$\rightarrow \underline{L = 50 \text{ mH}}$$

2.4 Wie groß ist die magnetische Flußdichte B_3 im Mittelschenkel?

2.5 Wie groß ist die gesamte gespeicherte Feldenergie W_m im Magnetfeld?

Aufg. 2.4: $\frac{\Phi_1}{\Lambda_2 + \Lambda_3} = \frac{\Phi_3}{\Lambda_3}$ mit $\Phi_1 = \frac{N \cdot I}{R_{\text{mges}}} = \underline{2 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}$

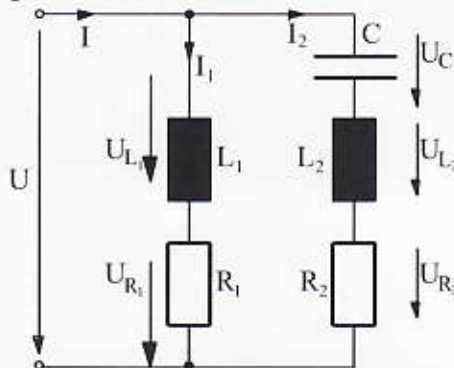
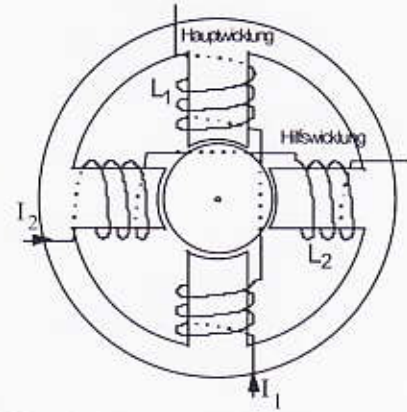
$$\rightarrow \Phi_3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Vs} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = \underline{1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}$$
$$\rightarrow B_3 = \frac{\Phi_3}{A} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{2,4 (0,01 \text{ m})^2} = \underline{0,625 \text{ T}}$$

Aufg. 2.5:

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} 50 \text{ mH} \cdot (1 \text{ A})^2 = \underline{0,025 \text{ J}}$$

3. Aufgabe (ca. 14 Punkte)

Der Motor einer Waschmaschine ist als Zweiphasen-Asynchronmotor gebaut: Haupt- und Hilfswicklung (Induktivitäten L_1 und L_2) werden von den Strömen I_1 und I_2 durchflossen. Eine geeignet dimensionierte Kapazität C in Reihe zur Hilfswicklung bewirkt, daß der Strom I_2 durch diese Wicklung dem Strom I_1 durch die Hauptwicklung um 90° vorausleitet. Die an der Welle abgegebene Wirkleistung wird durch die beiden Widerstände R_1 und R_2 modelliert. Damit ergibt sich das folgende Ersatzschaltbild:



Die Elemente des Ersatzschaltbildes haben folgende Werte:

Hauptwicklung: $L_1 = 1,10 \text{ H}$; $R_1 = 200 \text{ } \Omega$
 Hilfswicklung: $L_2 = 3,30 \text{ H}$; $R_2 = 600 \text{ } \Omega$
 Kondensator: $C = 2,3 \text{ } \mu\text{F}$.

Der Motor ist an eine Wechselspannung mit $U_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ angeschlossen.

3.1 Berechnen Sie die komplexen Impedanzen \underline{Z}_1 und \underline{Z}_2 der beiden Wicklungen.

Wicklung 1 (L_1 und R_1):

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 200 \text{ } \Omega + j \cdot 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1,1 \text{ H}$$

$$= (200 + j \cdot 345,6) \text{ } \Omega$$

Wicklung 2 (L_2 , R_2 und C):

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= (600 - j \cdot 347,2) \text{ } \Omega$$

3.2 Berechnen Sie komplex die Ströme \underline{I}_1 und \underline{I}_2 sowie den Gesamtstrom \underline{I} .

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{230\text{V}}{(200 + j \cdot 345,6)\Omega} = \underline{(0,289 - j \cdot 0,499)\text{A}}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{230\text{V}}{(600 - j \cdot 347,2)\Omega} = \underline{(0,287 + j \cdot 0,166)\text{A}}$$

$$\rightarrow \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{(0,576 - j \cdot 0,332)\text{A}}$$

3.3 Weisen Sie durch Rechnung nach, dass der Strom \underline{I}_2 dem Strom \underline{I}_1 um 90° vorausleitet.

Umwandlung in Polarkoordinaten:

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 &= 0,58\text{A} \cdot e^{-j60^\circ} \\ \underline{I}_2 &= 0,33\text{A} \cdot e^{+j30^\circ} \end{aligned} \right\} \varphi_2 - \varphi_1 = 30^\circ - (-60^\circ) = \underline{90^\circ}$$

3.4 Berechnen Sie den Phasenwinkel φ zwischen der Spannung \underline{U} und dem Gesamtstrom \underline{I} . Welche der beiden Größen eilt der anderen voraus?

$$\underline{I} = (0,576 - j \cdot 0,332)\text{A} = 0,66\text{A} \cdot e^{-j30^\circ} \rightarrow \varphi_i = -30^\circ$$

$$\underline{U} = 230\text{V} \rightarrow \varphi_u = 0^\circ \rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \underline{+30^\circ}$$

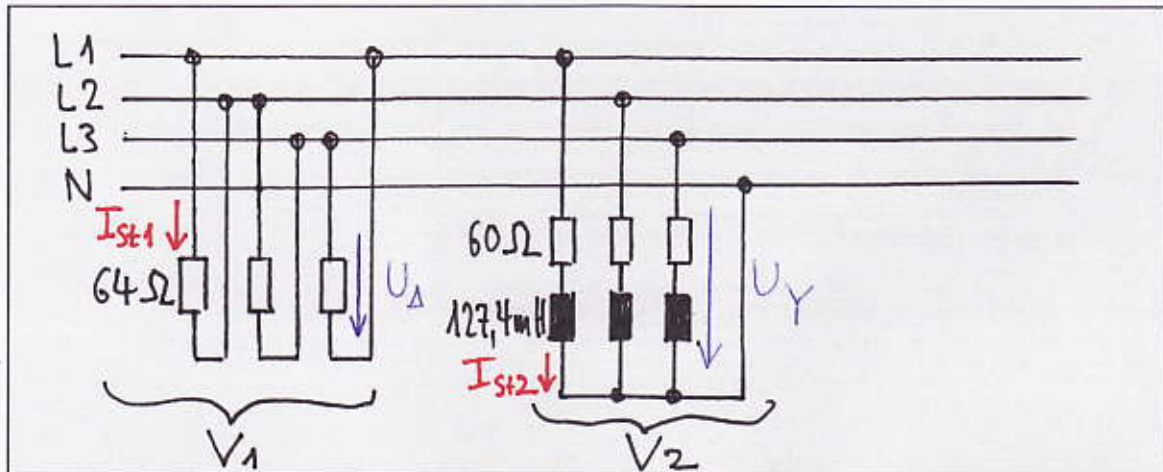
Spannung eilt Strom um 30° voraus!

4. Aufgabe (ca. 12 Punkte)

An ein 4-Leiter-Drehstromsystem (Phasen L_1 , L_2 , L_3 und Neutralleiter N) mit $U = 400/230V$, $f = 50\text{ Hz}$, werden zwei (symmetrische) Verbraucher V_1 und V_2 angeschlossen:

- V_1 wird in Δ -Schaltung mit rein ohmschem Verbrauchern ($R_1 = 64\ \Omega$) betrieben.
- V_2 ist eine Y-Schaltung mit ohmschem Strangenelement $R_2 = 60\ \Omega$ und dazu in Reihe eine Induktivität mit $L_2 = 127,4\text{mH}$.

4.1 Zeichnen Sie ein Schaltbild der Gesamtanlage mit allen Strangenelementen (Verbraucher) und tragen Sie die Spannungs- und Stromzählpfeile ein.



4.2 Berechnen Sie die aufgenommene Leistung $P_{1\Delta}$ des Verbrauchers V_1 . Wie groß wäre seine Leistungsaufnahme P_Y , wenn er statt dessen in Y-Schaltung angeschlossen würde?

$$P_{1\Delta} = 3 \cdot \frac{U_{\Delta}^2}{R} = \frac{3 \cdot (400V)^2}{64\ \Omega} = \underline{\underline{7500\text{ W}}}$$

$$P_{1Y} = \frac{1}{3} \cdot P_{1\Delta} = \underline{\underline{2500\text{ W}}}$$

4.3 Bestimmen Sie den komplexen Widerstand \underline{Z} des Strangenelements (Verbraucher) von V_2 und berechnen Sie dessen Scheinwiderstand $|\underline{Z}|$.

$$\underline{Z} = 60\ \Omega + j \cdot 2\pi 50 \frac{1}{s} \cdot 127,4\text{mH} = (60 + j \cdot 40)\ \Omega$$

$$\rightarrow |\underline{Z}| = \sqrt{60^2 + 40^2}\ \Omega = \underline{\underline{72,1\ \Omega}}$$

- 4.4 Ermitteln Sie **rechnerisch** die Phasenverschiebung φ zwischen Spannung und Strom für den Verbraucher V_2 .

$$\varphi = \arctan \frac{40}{60} = \underline{\underline{33,7^\circ}} \quad \text{Spannung eilt Strom voraus.}$$

("Induktivität: Strom kommt spät...")

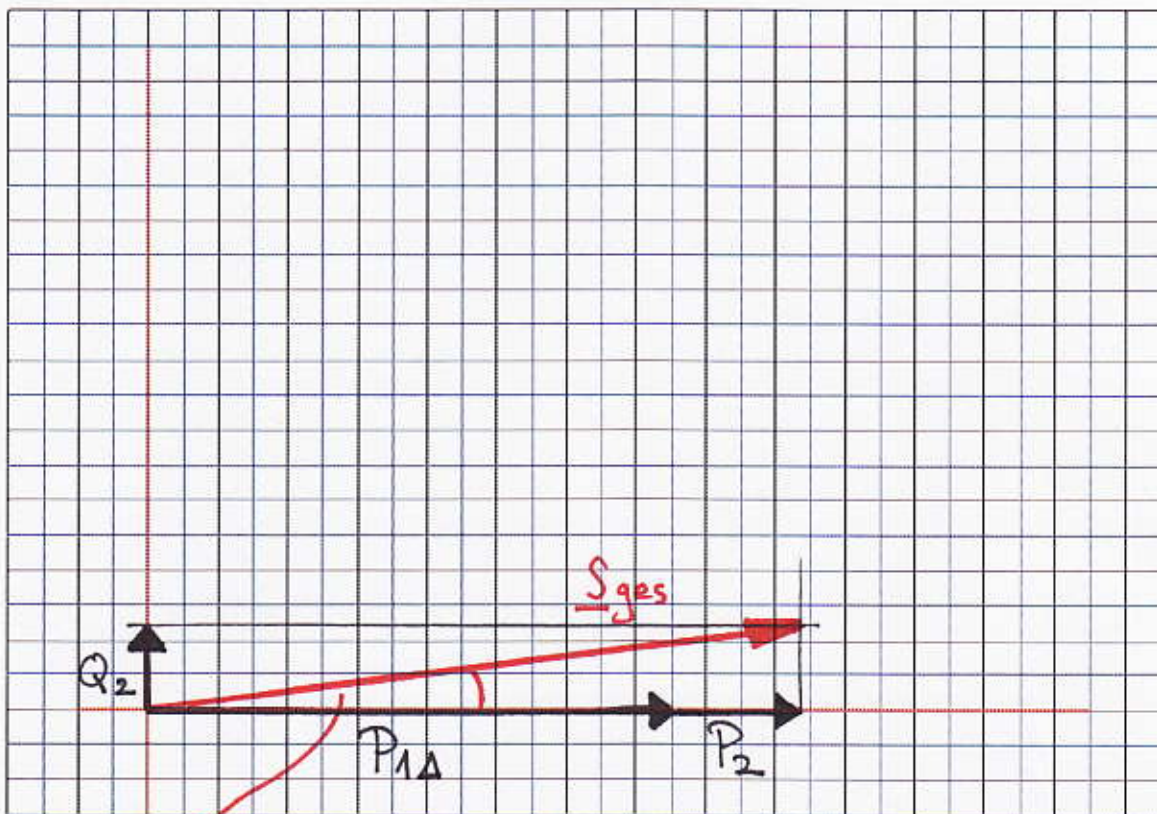
- 4.5 Berechnen Sie Wirk-, Blind- und Scheinleistung des Verbrauchers V_2 .

$$\underline{I}_{s2} = \frac{\underline{U}_Y}{\underline{Z}} = \frac{230 \text{ V}}{(60 + j \cdot 40) \Omega} = (2,654 - j \cdot 1,769) \text{ A}$$

$$\underline{S}_2 = 3 \cdot \underline{U}_Y \cdot \underline{I}_{s2}^* = 3 \cdot 230 \text{ V} \cdot (2,654 + j \cdot 1,769) \text{ A} = (1831 + j \cdot 1220) \text{ VA}$$

$$\rightarrow \underline{P}_2 = \underline{1831 \text{ W}}, \quad \underline{Q}_2 = \underline{1220 \text{ var}}, \quad \underline{S}_2 = \sqrt{P^2 + Q^2} = \underline{\underline{2200 \text{ VA}}}$$

- 4.6 Zeichnen Sie nun in das folgende Koordinatensystem **maßstäblich** das **Gesamt** leistungsdreieck für **beide** Verbraucher und entnehmen Sie Ihrem Diagramm die gesamte Phasenverschiebung φ_{ges} zwischen Spannung und Strom.



$$\varphi_{\text{ges}} = \underline{\underline{7,4^\circ}}$$